

PARTIE MATHEMATIQUES

Textes officiels

Arrêté du 28 décembre 2009 fixant les modalités d'organisation du concours externe, du concours externe spécial, du second concours interne, du second concours interne spécial et du troisième concours de recrutement de professeurs des écoles

Art. 14. – Les sujets des épreuves écrites d'admissibilité des concours cités à l'article 1^{er} ont pour programmes de référence ceux du **collège** et sont établis en tenant compte des programmes d'enseignement en vigueur à l'école primaire.

A N N E X E I

I-2. Epreuve écrite de mathématiques et de sciences expérimentales et de technologie

L'épreuve vise à évaluer :

- la maîtrise des savoirs disciplinaires nécessaires à l'enseignement des mathématiques, en référence aux programmes de l'école primaire, ainsi que la capacité à **raisonner logiquement** dans les domaines numérique et géométrique et à communiquer dans un **langage précis et rigoureux** ;
- la maîtrise des principales connaissances scientifiques et technologiques nécessaires pour enseigner à l'école primaire ainsi que la capacité à conduire un **raisonnement scientifique**.

Sujet 2011

Intérêt

Le sujet 2011 se démarque fortement des sujets précédents conformément à la modification des textes régissant les concours des professeurs des écoles. En plus de la disparition des questions didactiques, une volonté de proposer des exercices nouveaux est clairement apparue, et ceci en cohérence avec les changements de programme dans toutes les classes. L'importance de la qualité scientifique qui se traduit par un raisonnement de qualité est l'objectif affiché de ce sujet qui cherche à sélectionner des candidats ayant une aptitude à transmettre les connaissances mathématiques.

Le sujet qui est composé de deux exercices et d'un problème ne couvre pas tous les champs mathématiques. Sa diversité est cependant suffisante pour repérer des candidats ayant un bon potentiel scientifique.

Exercice 1

L'exercice 1 est un vrai/faux avec justification. Au-delà de la forme, il se démarque fortement d'un QCM où on pourrait donner des réponses au hasard. Le barème n'a pas valorisé les réponses sans justification. Les questions posées sont de petits problèmes concrets. Cette forme de questions qui renvoie à des problématiques simples et concrètes illustre bien l'évolution des programmes. Les questionnements s'attaquent très souvent à des représentations fausses. Par exemple, le premier qui traite d'une confusion classique sur la vitesse moyenne n'est pas un piège pour un candidat qui a un peu de culture mathématique. Les démonstrations s'appuient au-delà des calculs sur des raisonnements spécifiques qui sont des incontournables. Par exemple l'emploi de la disjonction des

cas dans l'affirmation 2 était tout à fait pertinent. Certains exercices demandaient une culture mathématique plus approfondie : la confusion entre nombres premiers et nombres premiers entre eux en est une illustration. Par contre, la confusion très fréquente dans les copies, y compris des admissibles entre inverse et opposé est inquiétante pour un futur enseignant. Les stratégies pour obtenir l'affirmation sur l'inverse ne sont pas toujours les plus économiques : là aussi, on attend d'un candidat qu'il ait la capacité à produire plusieurs méthodes et à les comparer, même si ce n'était pas le but de la question. L'affirmation 5 sur les longueurs demandait pour être établie un passage au cas général, et donc au littéral. Une méthode qui montrait à l'aide d'un exemple générique la compréhension des fondements du résultat a donc été bonifiée. La dernière proposition, elle aussi, pouvait se justifier à partir d'un exemple générique. Toute démarche ou explication cohérente qui traduisait un bon raisonnement a été bonifiée.

La réussite à cet exercice est moyenne (proche de 10/20) avec des fortes variabilités suivant les questions (voir ci-dessous).

Exercice 2

L'exercice 2 est basé lui aussi sur une situation ayant du sens. La spécificité de cet exercice est l'attendu sur les connaissances tableur mais aussi un attendu sur les unités et donc sur les grandeurs.

Des connaissances de base concernant l'utilisation du tableur en mathématiques sont attendues dans le cadre du B2I collège et de la compétence 4 du socle. Elles font donc partie intégrante des programmes. L'épreuve a mis clairement en évidence que beaucoup de candidats ne maîtrisaient pas ces connaissances qui sont des attendus du socle commun. En revanche, une certaine mansuétude a été accordée sur le formalisme du langage. La transformation des unités produits m/s en km/h est un grand classique. On attend une aisance certaine chez les candidats qui auront à enseigner les changements d'unité. La dernière question de la partie 1 se traite classiquement par une inéquation. Là encore, toute méthode correcte a été acceptée. La méthode par tâtonnement (essais et erreurs) n'est pas la plus rapide mais est conceptuellement très utile dans le cadre de la démarche d'investigation qui est au cœur des apprentissages.

La partie 2 demande des connaissances de lecture graphique basique qui n'ont pas été bloquantes pour les candidats. La comparaison des expressions littérales qui est demandée peut se justifier avec un simple bon sens qui a été bonifié. La justification graphique ou par exemple générique a été acceptée.

La réussite à cet exercice est proche de 11/20 avec des fortes variabilités suivant les questions (voir ci-dessous). C'est cependant l'exercice le mieux réussi globalement.

Problème

Le problème qui portait sur une situation géométrique était d'une approche classique. Il demandait cependant des connaissances mathématiques sur le calcul littéral et sur lignes trigonométriques et une certaine solidité face à des situations du niveau du brevet des collèges.

La partie A était un simple calcul qui demandait une utilisation simple de la propriété de Pythagore.

Toutefois, elle faisait appel à des connaissances bien en place chez les candidats et le support fourni par la figure donnée a été bien exploité.

La partie B, 2 demandait la connaissance des formules de volume mais aussi, à l'aune de l'exercice 2, des compétences sur les unités.

La partie C, sans être difficile, demandait d'un candidat la capacité de généralisation d'une situation à une autre, comparable mais plus complexe. L'expression demandée était obtenue à l'aide du cosinus, ce qui est une « compétence de base du collège ». La difficulté résidait dans la forme littérale attendue.

La réussite à cet exercice qui est proche de 8/20 avec des fortes variabilités suivant les questions (voir ci-dessous) est décevante.

C'est l'exercice globalement le moins bien réussi.

Conseils aux candidats

Les candidats seront vigilants aux nombreux points cités ci-dessous qui sont la source des faiblesses les plus courantes repérées dans les copies.

Conseils d'ordre général

- ✓ Faire une lecture attentive des énoncés
- ✓ Proposer une argumentation concise
- ✓ Faire preuve d'esprit de synthèse
- ✓ Rechercher la clarté de l'expression écrite
- ✓ S'imposer une grande rigueur dans l'argumentation
- ✓ Rechercher la précision de l'expression
- ✓ Proposer des démonstrations suffisamment argumentées pour être convaincantes
- ✓ Faire preuve de bon sens
- ✓ Faire preuve de rigueur scientifique
- ✓ Ne pas recopier inutilement les consignes
- ✓ Eviter les contradictions flagrantes

Conseils disciplinaires

- ✓ Avoir de bonnes connaissances logiques
- ✓ Bien utiliser les raisonnements divers (contre exemple, disjonction des cas, absurde...)
- ✓ Manipuler avec aisance les écritures littérales
- ✓ Maîtriser les fonctions de base du tableur
- ✓ Bien utiliser le raisonnement déductif
- ✓ Justifier tous les calculs
- ✓ Faire des schémas
- ✓ Connaître les formules de volume
- ✓ Maîtriser les conversions d'unités
- ✓ Maîtriser les ordres de grandeur
- ✓ Etudier les fondamentaux de trigonométrie

Statistiques de l'écrit

Données générales

842 candidats présents à tous les concours

Moyenne de l'épreuve tout concours	8,47
Moyenne de l'épreuve CRPE interne privé	6,84
Moyenne de l'épreuve CRPE 3° concours privé	7,22
Moyenne de l'épreuve CRPE externe privé	7,52
Moyenne de l'épreuve CRPE langue régionale	8
Moyenne de l'épreuve CRPE externe public	8,81
Moyenne de l'épreuve CRPE 3° concours public	8,14
Note la plus basse	0
Note la plus haute	20

Exercice 1

Questions les moins bien réussies dans l'ordre décroissant*

Proposition 4 : 4,4 /20
Proposition 3 : 5,9/20

Proposition 3

Les erreurs sont liées à la méconnaissance de la définition de deux nombres premiers entre eux.

Pour certains candidats nombres « premiers entre eux » signifie « divisibles par 1 et par chacun des deux nombres », ou « se divisent l'un l'autre » ou ont pour quotient 1 ». Certains candidats interprètent la question et la transforment : dans certaines réponses, on s'attache par exemple à démontrer que si deux nombres sont premiers, alors leur somme (ou leur produit) est un nombre premier.

Proposition 4

L'erreur la plus fréquente est la confusion entre inverse et opposé.

Une deuxième erreur assez souvent rencontrée : la confusion entre « écritures différentes » et

« nombres différents ». Par exemple on écrit : L'inverse de $9 - 4\sqrt{5}$ est $\frac{1}{9 - 4\sqrt{5}}$ donc ce n'est pas

$9 + 4\sqrt{5}$.

D'autres erreurs qui sont liées à des calculs mal réalisés sont minoritaires.

Questions les mieux réussies dans l'ordre décroissant*

Proposition 2 : 15,6/20
Proposition 6 : 14, 8/20

*sur un échantillon

Proposition 2

Ceci est certainement lié au fait qu'une étude exhaustive des cas pouvait être faite

Proposition 6

Ceci est certainement lié au fait qu'un simple exemple générique suffisait.

Questions les plus sélectives (forte dispersion) dans l'ordre décroissant*

Proposition 2
Proposition 6

Questions les moins sélectives (faible dispersion) dans l'ordre décroissant*

Proposition 3
Proposition 4

* Obtenu à partir d'un échantillon

On constate que les questions les mieux réussies sont les plus sélectives et inversement les moins réussies sont aussi les moins sélectives.

Exercice 2

Questions les moins bien réussies dans l'ordre décroissant*

Question 1.1b : 4,7/20
Question 1.1a : 7,4/20

Les moyennes et l'examen de copies reflètent une méconnaissance complète, de la part de nombreux candidats, de ce qu'est une formule tableur.

Questions les mieux réussies dans l'ordre décroissant*

Question 1.2.a : 14,1/20
Question 2.1 : 14,4/20

La question demande une capacité de calcul élémentaire et en particulier une transformation d'unité qui est parfois réussie par la connaissance automatique du lien km/h et m/s.

Questions les plus sélectives (forte dispersion) dans l'ordre décroissant*

Question 2.2
Question 2.1

Questions les moins sélectives (faible dispersion) dans l'ordre décroissant*

Question 1.1b
Question 1.2.b

Comme à l'exercice 1, des questions non réussies telles que 1.1b s'avèrent très peu sélectives.

PROBLEME

Questions les moins bien réussies dans l'ordre décroissant*

Question C2 : 2,4/20

Question C1 : 3,4/20

La partie C révèle un niveau d'abstraction et une attente de formules complexes qui semblent dépasser très largement la grande majorité des candidats.

L'absence de schéma relevé dans de nombreuses copies contribue à la faible réussite. Le manque de connaissances de base en trigonométrie élémentaire (niveau 4^e et 3^e) est une autre cause de cette faible réussite.

Questions les mieux réussies dans l'ordre décroissant*

Question B1 : 10,1/20

Question A : 11,3/20

Les premières questions du problème font appel à des situations classiques utilisant des compétences de base en termes de calcul algébrique et géométrique, ce qui explique une réussite correcte.

Questions les plus sélectives (forte dispersion) dans l'ordre décroissant*

Question A

Question B2

Questions les moins sélectives (faible dispersion) dans l'ordre décroissant*

Question C2

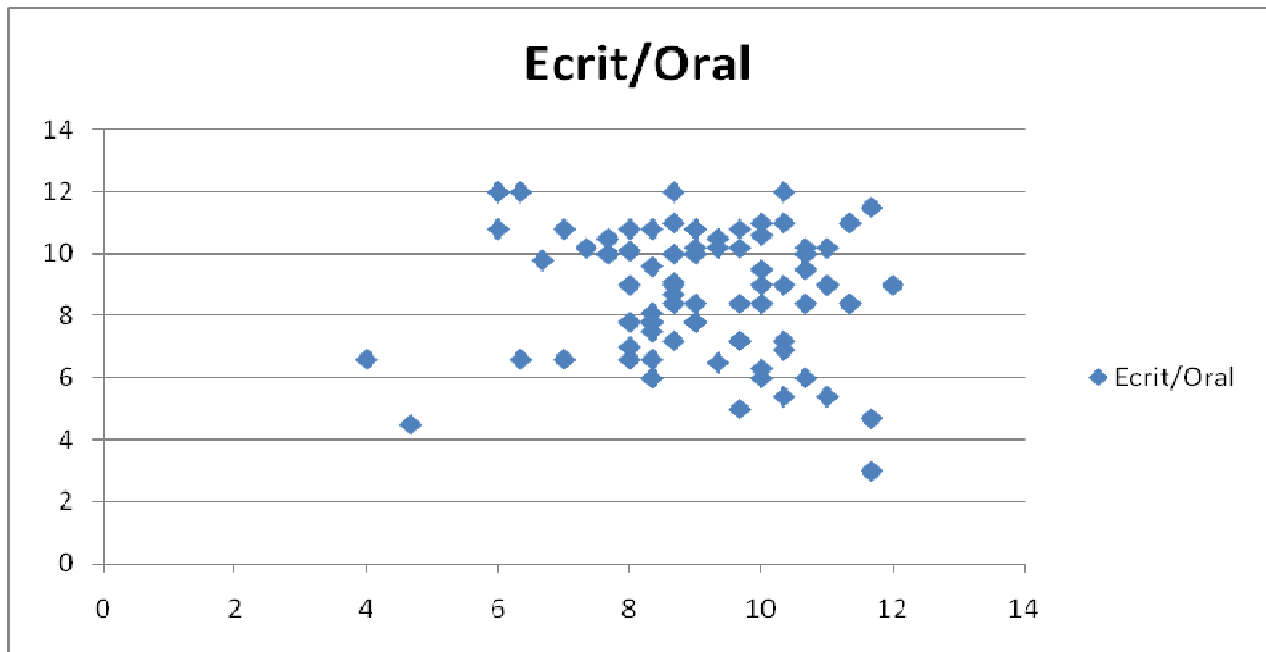
Question C1

Dans le problème, de même, la partie A réussie fait la différence entre les candidats tandis que la partie C, très échouée, ne la fait pas.

* Obtenu à partir d'un échantillon

Lien entre les épreuves écrites et orales

Les données statistiques ci-dessous sont celles du concours externe public où il y a suffisamment de candidats reçus pour avoir un intérêt statistique



L'écrit est en abscisse et l'oral est en ordonnée

moyenne écrit sur 20	15,1
moyenne oral sur 20	14,6
Ecart écrit/oral max	10,0
maximum écrit	20,0
Maximum oral	20,0
minimum écrit	6,7
Minimum oral	5,0
% n'ayant pas la moyenne à l'écrit	2,5 %
% n'ayant pas la moyenne à l'écrit	6,2 %
% n'ayant pas la moyenne à l'écrit ou à l'oral	7,5 %
Ecart Ecrit/Oral \leq 2	72,5 %

L'analyse du nuage ou des indicateurs statistiques proposés ci-dessous converge vers la même conclusion : pour le concours externe public, la très grande majorité des candidats a un niveau acceptable ou bon. Il y a une corrélation entre écrit et oral qui est forte puisque plus de 72 % ont un écart entre écrit et oral de moins de 2 points. Une bonne note à l'écrit donne de fortes chances de réussite pour l'oral et inversement.

Par contre dans les concours à faible flux, le niveau mathématique des candidats est beaucoup plus faible.

Synthèse

La correction prend en compte les calculs, les résultats mais donne un poids très important à la qualité du raisonnement et à la pertinence de la démarche, c'est-à-dire à la valeur scientifique.

Les attentes générales, en termes scientifiques, sont des connaissances de base mathématiques basées sur le niveau « troisième » mais avec une réelle clairvoyance et une certaine hauteur de vue.

On attend une capacité du candidat à analyser les situations et à mettre en œuvre un raisonnement simple et cohérent, à défaut d'une démonstration théorique.

L'enseignement des mathématiques à l'école primaire est un enjeu important dans le cursus scolaire. La qualité de l'enseignement des mathématiques conditionne la réussite des élèves bien au-delà de la discipline mathématique.

L'exigence importante dans l'analyse des copies est à la hauteur de cette ambition.

Eric CONGÉ

IA-IPR de Mathématiques

Coordonnateur de l'épreuve écrite de Mathématiques