

Concours de Recrutement de Professeurs des Ecoles 2008 MATHEMATIQUES

« À compter de la session 2006, les épreuves des concours externe, externe spécial, second concours interne, second concours interne spécial et troisième concours de recrutement de professeurs des écoles sont définies respectivement aux annexes I, II et III de l'arrêté du 10 mai 2005 » (**bulletin officiel de l'Éducation Nationale n° 21 du 26 mai 2005 pages 1064 et suivantes**).

« L'épreuve permet de mettre en évidence chez le candidat, d'une part, la maîtrise des savoirs disciplinaires nécessaires à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et la qualité du raisonnement logique, ainsi que l'aptitude à utiliser les outils mathématiques, à interpréter des résultats dans les domaines numérique et géométrique et à formuler avec rigueur sa pensée par différents modes d'expression et de représentation, d'autre part, la connaissance des objectifs, des programmes et des principaux documents d'accompagnement de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire, ainsi qu'une bonne aptitude à les mettre en relation avec la pratique de la classe.

Les questions complémentaires trouvent obligatoirement leur origine dans les exercices proposés. Elles peuvent porter sur :

1. la place et le niveau de traitement d'une notion dans les programmes en vigueur pour l'enseignement du premier degré ;
2. la conception et la mise en œuvre d'une séquence d'apprentissage ;
3. l'identification de sources possibles d'erreurs repérées dans des travaux d'élèves ;
4. des scénarios possibles pour des séances faisant appel aux TICE. »

Trois exercices ont été proposés pour ce faire dans le sujet 2008.

L'exercice 1 est une recherche de nombres entiers assujettis à des conditions sur leurs chiffres ; il teste principalement la capacité à bâtir une démarche de recherche, à réaliser des dénombrements.

L'exercice a un peu désarçonné des candidats ; conçu pour évaluer un comportement méthodique, il fallait être capable de le traiter en gérant bien son temps.

Une question complémentaire est attachée à cet exercice avec analyse de situation de classe – un problème -, de la conception, de la progressivité de la situation, des obstacles prévisibles. Du point de vue mathématique, la situation consiste à rechercher des entiers x, y tels que $nx + py = q$, trois entiers n, p, q étant donnés. Le problème proposé aux élèves repose sur trois cas de cela, dont un avec impossibilité.

La question a été assez discriminante du fait de la complexité de l'analyse. Il faut naturellement être rapidement capable de maîtriser le problème, de comprendre les motifs du choix des trois cas dans le cadre d'une progression, de dégager des difficultés, des manières de procéder prévisibles pour des écoliers. Le cas impossible est lié à la mise en œuvre d'un raisonnement.

L'exercice 2 propose des questions de pourcentages relatifs à une aire, avec la recherche de dimensions en fonction de diverses conditions ; éventuellement la mise en jeu de compétence algébrique.

La progressivité des diverses questions a joué un rôle dans l'appréciation des compétences de candidats ; la deuxième question exigeait une attention particulière à la conduite de la résolution et à sa rigueur.

Souvent le calcul de l'aire de la surface non peinte a été erroné, l'intersection étant comptée deux fois ...

Une question complémentaire accompagne cet exercice. Elle est prise dans l'évaluation à l'entrée en

Sixième 2005 et accompagnée de réponses d'élèves. C'est une analyse de travaux d'élèves à propos de problèmes de proportionnalité ; il fallait identifier des procédures de traitement en lien avec des propriétés de la notion et analyses des erreurs.

La question est globalement bien abordée, c'est la partie la mieux réussie du sujet. La performance des candidats est là cependant assez hétérogène. Certains s'en tenant à des descriptions de réponses d'élèves sans vraiment répondre aux questions que le sujet impose ; d'autres réussissent bien cette étude de travaux d'élèves.

Cette question a bien permis de juger de la pertinence des analyses car elle nécessitait de formuler des hypothèses sur la démarche de l'élève. En cela, un minimum de connaissances mathématiques ou didactiques, bien utilisées, a pu être repéré à propos de la compréhension de la notion de proportionnalité.

Il est tout à fait surprenant de trouver des copies dans lesquelles cette notion de proportionnalité n'est même pas repérée. L'allusion au défaut d'unité a été très rare.

L'exercice 3 repose sur l'étude d'un solide de l'espace avec des questions de longueurs, de vue plane, de volume ; la production d'un patron ; une démonstration sur un solide plus complexe.

Par sa nature, l'exercice sollicitait des compétences géométriques élaborées, la présence du contexte spatial a joué un rôle dans le classement des candidats. Il est naturel d'attendre une certaine familiarité quant à la perception des objets simples de l'espace (un polyèdre, ses éléments que sont sommets, arêtes, faces) ; on devrait être capable de dénombrer ces éléments sans difficulté.

L'exercice comportait une construction à la règle et au compas, puis en sa fin une démonstration comme exigences importantes.

La réalisation de patrons, à la question 2, a très souvent été une difficulté.

Par la diversité des thèmes abordés, du fait des compétences nécessaires pour traiter ces exercices, l'intention est bien de tester le plus précisément possible la capacité à rendre compte de la compréhension, de la maîtrise, d'un commencement de réflexion sur la mise en œuvre auprès des classes, à propos des enseignements en Mathématiques à l'Ecole. Les candidats doivent par conséquent bien avoir à l'esprit que c'est de ce large éventail d'attendus qu'il s'agit :

- appréhender plusieurs domaines des mathématiques : nombres, concepts opératoires, géométrie plane et dans l'espace, résolution de problèmes.
- tester en même temps le vocabulaire connu et les compétences à rédiger une démonstration simple.
- vérifier le lien entre compétence mathématique et son implication dans l'enseignement à l'Ecole Élémentaire.

Dans le même sens, les questions complémentaires ont sollicité de manière explicite trois des quatre intentions qui définissent cette partie de l'épreuve (voir le rappel de texte initial) : la place et le niveau de traitement d'une notion dans les programmes en vigueur pour l'enseignement du premier degré, la conception et la mise en œuvre d'une séquence d'apprentissage, l'identification de sources possibles d'erreurs repérées dans des travaux d'élèves.

Ces caractéristiques de la composition du sujet doivent être particulièrement comprises comme facteurs de structuration de la préparation du concours.

La diversité et l'indépendance des exercices permettent au candidat de faire la preuve d'un minimum d'expression mathématique.

Conseils aux candidats à propos des exercices

Cette partie du sujet vise à permettre d'apprécier l'aptitude des candidats à maîtriser et à exploiter des connaissances concernant une ou plusieurs notions relevant de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Dans ce cadre, il est recommandé :

- De travailler à un approfondissement des notions et de leur utilisation ; il s'agit d'un approfondissement veillant à lier une maîtrise des exigences dans les termes définis par les programmes de l'école primaire et la prise de distance attendue d'un futur professeur des écoles qui doit être capable de situer sa pratique dans un cadre mathématique théorique déterminé. C'est nécessairement mesuré en termes d'approfondissement mathématique, mais néanmoins dûment testé. C'est ici notamment le cas pour des propriétés élémentaires d'arithmétique, de la faculté à poser un raisonnement à partir de propriétés données, des raisonnements attachés à des propriétés de figures géométriques simples dans le plan (théorèmes élémentaires, quadrilatères), l'appréhension d'objets de l'espace assortie de raisonnements à leur propos, la perception des raisonnements (distinction entre le nécessaire et le suffisant), la possibilité d'avoir recours à des formes de raisonnement les plus adéquates, la distinction entre exact et approché.
- De prêter attention à ce que le simple fait de parvenir à une réalisation ou à une perception de résultat sans pouvoir produire un minimum d'explication raisonnée ne peut être aucunement admis ; une affirmation, la production d'un exemple ne remplacent pas une démonstration si elle est attendue ;
- De se préparer à faire la preuve des qualités de rigueur en matière de raisonnement logique ; les définitions et les théorèmes doivent être connus, on ne peut pas se contenter ici d'un à peu près. Les candidats doivent savoir effectuer des démonstrations simples, doivent apporter les arguments qui conviennent : un exemple n'a pas valeur générale, une construction ne saurait reposer sur l'emploi d'un quadrillage, sur des mesurages ...
- De s'entraîner à la pratique de résolutions de problèmes : capacité à utiliser diverses représentations, à prendre appui sur des schémas, à expliciter le modèle sous-jacent à une situation problème, à traiter mathématiquement le problème, à mettre en regard des stratégies utilisables par des élèves de l'école primaire.
- D'exploiter le sujet dans la plénitude de ses possibilités ; il est indispensable de lire attentivement le sujet pour en comprendre le sens et l'objectif, de repérer le degré d'indépendance de ses parties ainsi que ce que l'on pense savoir faire de façon assez automatique.
- De ne pas abandonner une recherche parce qu'elle est infructueuse dans ses premiers moments ; le sujet permet une gestion du temps propice à l'expression de l'effort.

Conseil aux candidats à propos des questions complémentaires

- Qu'il s'agisse d'analyse de travaux d'élèves (question complémentaire 2) ou davantage d'étude de séances pour la classe (question complémentaire 1), les candidats doivent être attentifs à divers éléments tout à fait fondamentaux :*
- Une bonne lecture de l'énoncé du sujet, son utilisation, l'attention portée aux productions des élèves, la prise en compte précise et analysée des diverses consignes est recommandée.
 - La connaissance et l'utilisation des programmes et de leurs commentaires est aussi un bon point d'appui pour fonder une analyse. Il s'agit là d'un élément de référence essentiel dont l'usage familier est requis à ce niveau. Le fait de pouvoir relier cela à un minimum de culture didactique peut s'avérer un supplément pertinent.
 - La capacité à traiter correctement la question posée aux élèves (si elle n'est pas demandée dans le sujet, elle est un point de départ précieux qu'il vaut mieux mener à bien éventuellement pour soi-même), autant que celle à bien juger des réponses des élèves, sont évidemment attendues ; tout commentaire, si habile soit-il, qui reposerait sur un manque à cet égard ne peut être que suspect en valeur.
 - L'aptitude à imaginer et décrire des propositions quant à l'aide à la résolution peut faire partie des éléments discriminants de cette épreuve ; il y a lieu de se préparer à cette forme de mise en valeur de dispositions pédagogiques.
- Quelques repères théoriques de didactique des mathématiques précis, adéquatement sollicités, en relation avec le propos, sont précieux pour permettre d'analyser et non simplement de décrire ou de*

paraphraser ainsi que pour comprendre les causes des erreurs faites par les élèves. Il faut savoir en user à bon escient, avec circonspection. Cela ne saurait être un développement convenu, voire un verbiage.

L'analyse des séquences pédagogiques suppose une bonne connaissance des notions mathématiques en jeu ainsi que du programme de l'école élémentaire correspondant, de façon à être en mesure de saisir les objectifs visés aussi bien que les compétences que l'on cherche à développer dans la situation étudiée.

Là encore, des connaissances minimales, surtout bien maîtrisées, en didactique des Mathématiques permettent d'analyser les choix qui sont faits dans la progression, de comprendre, d'expliquer et de justifier l'intérêt et la pertinence des exercices proposés.

En outre, des connaissances en sciences de l'éducation peuvent aider à comprendre, analyser et à argumenter le bien fondé de l'organisation pédagogique retenue pour conduire la séquence.

C'est un usage réfléchi, mesuré, à bon escient que le jury attend à ce propos, il faut éviter quelques écueils :

- *La simple description des exercices que l'on demande d'analyser.*
- *Le bavardage et les longs discours, qui ne peuvent tenir lieu d'analyse et de justification, et l'utilisation erronée et abusive de termes techniques qui révèlent en fait une mauvaise compréhension sous-jacente ; la concision, la précision des explications sont plutôt vivement recommandées.*

EN SYNTHÈSE

La gestion du temps

Il faut rappeler que cette épreuve nécessite une bonne gestion de son temps. Le sujet d'un concours est souvent long. Avec le degré d'exigence attaché à ce concours où la concurrence est rude, c'est un élément normal de discrimination, de classement. Une des premières qualités des candidats est justement d'être maître de la durée de l'épreuve afin de valoriser leur production.

Il importe de parcourir entièrement le sujet afin d'avoir une vue d'ensemble de l'épreuve dès le début (son contenu, sa composition, sa longueur). Cela permet de délimiter le champ des connaissances qui sera à mobiliser et peut aider à organiser son temps dès le début de l'épreuve. Cela est de nature à aider à surmonter des perturbations qu'un exercice jugé plus particulièrement difficile pourrait provoquer (cela a pu être ici le cas avec l'exercice 1).

Il faut aussi lire de façon très attentive les préambules qui amorcent certaines parties ou certaines questions : ils peuvent permettre de comprendre l'organisation des situations, de repérer les questions indépendantes. De même, les annexes qui présentent les documents à analyser doivent être appréhendées dans leur ensemble.

La présentation

De façon générale, il y a un effort de qualité dans la présentation des copies, même s'il faut souligner d'importantes disparités. Il est naturel d'attendre ici cette sorte d'effort sur la forme. Cependant on rencontre encore quelques copies émaillées de ratures, où la numérotation est inexistante, l'écriture illisible, les figures floues ; ce type de négligence est un manque grave pour des candidats à un métier où l'exemple sera de mise.

Un certain nombre de copies présentent des défauts de langue, dans l'orthographe, la conjugaison, la grammaire qui sont difficilement concevables de la part d'un candidat à la fonction de professeur des écoles. De pareils défauts sont précisément pris en compte dans l'appréciation des copies.

La rédaction de la copie est un acte de communication ; il importe de bien structurer les réponses et pour cela d'utiliser les moyens les mieux adaptés : faire des réponses concises, utiliser la présentation sous forme de tableaux, réaliser les figures avec soin, éviter les redondances et les développements approximatifs, savoir mettre en évidence, aérer en tant que de besoin ...

Il importe aussi de bien numéroter les questions et de les séparer. Le fait de ménager un moment de relecture est conseillé et peut être réellement profitable.

Les efforts aboutis en la matière ont été particulièrement pris en compte dans l'évaluation.

Le contenu

Cette épreuve du Concours de Recrutement de Professeurs des Ecoles s'appuie sur des connaissances et des savoir-faire mathématiques, des capacités à analyser des approches didactiques et des démarches pédagogiques à propos de situations de classe. Ces connaissances et ces capacités imposent d'éviter des commentaires et des rédactions par trop imprécises, qui relèvent davantage de ce que pourrait dire un élève qu'un candidat au concours.

Chacune des parties du sujet a des buts que tout candidat doit comprendre et préparer :

- dans les exercices, on attend des candidats de la rigueur et de la clarté dans les rédactions et les démonstrations, une utilisation correcte des symboles, et une énonciation précise des définitions, propriétés et théorèmes utilisés. Les savoirs et savoir-faire attachés aux programmes d'enseignement doivent être familiers.
- dans les questions complémentaires (analyse des travaux d'élèves et analyse de situations d'enseignement) le jury n'attend pas des candidats seulement des commentaires, mais une analyse précise et argumentée, qui se réfère à de réelles connaissances, qui sache apporter une argumentation fondée. Il importe de lire les questions posées avec application : des termes comme décrire, indiquer, caractériser, repérer, analyser, argumenter appellent naturellement des réponses et des réponses de natures différentes. Le candidat doit faire la preuve qu'au-delà de la maîtrise des compétences et des connaissances nécessaires pour enseigner cette discipline à des élèves d'école primaire, il a réfléchi aux problèmes spécifiques que pose aux écoliers l'apprentissage de notions et d'éléments de méthode propres à celle-ci.
- l'utilisation de vocabulaire spécifique doit être faite à bon escient, sinon, elle n'apporte rien au développement, et nuit à l'appréciation de la production.
- il faut garder en mémoire que la qualité d'une copie ne se mesure pas à sa longueur, mais bien davantage à sa clarté, à sa précision et à sa concision.

L'enseignement des Mathématiques à l'Ecole Primaire participe d'enjeux importants. Là, les Mathématiques fournissent des outils pour agir, pour choisir, pour décider dans la « vie courante », elles participent à l'appropriation d'éléments de culture scientifique, elles procurent des connaissances et des compétences pour une insertion réussie au Collège. Dans le cadre de l'épreuve de Mathématiques du concours, le recrutement des professeurs d'école vise naturellement à répondre à ces enjeux.

Une bonne préparation doit reposer sur une prise de conscience aussi précise que possible de ce qui est attendu, dans le cadre de la globalité de l'épreuve comme dans le détail des exigences aussi bien que dans le cadre des perspectives de l'enseignement des Mathématiques ; l'effort assidu, attentif à tester pour soi-même ces exigences, est le meilleur garant de la réussite.

Jean AYMES,
IA-IPR de Mathématiques
Coordonnateur de l'épreuve de Mathématiques